

УДК 625.825

DOI: 10.33868/0365-8392-2023-4-276-38-48

© Н. В. Шлюнь, канд. техн. наук, доцент,
 ORCID: 0000-0003-1040-8870,
 e-mail: nataliyashlyun@gmail.com;
 © О. І. Білобрицька, канд. техн. наук, доцент,
 ORCID: 0000-0002-6751-6592,
 e-mail: o.bilobrytska@ntu.edu.ua;
 © Л. В. Шевчук, канд. техн. наук, доцент,
 ORCID: 0000-0002-5748-9527,
 e-mail: ludmilashevchuk25@gmail.com;
 © Ю. О. Заєць, канд. техн. наук, доцент,
 ORCID: 0000-0003-1836-2010,
 e-mail: yzaets@gmail.com
 Національний транспортний університет

© Natalia Shlyun, Ph.D., Associate Professor,
 ORCID: 0000-0003-1040-8870,
 e-mail: nataliyashlyun@gmail.com;
 © Olena Bilobrytska, Ph.D., Associate Professor,
 ORCID: 0000-0002-6751-6592,
 e-mail: o.bilobrytska@ntu.edu.ua;
 © Lyudmyla Shevchuk, Ph.D., Associate Professor,
 ORCID: 0000-0002-5748-9527,
 e-mail: ludmilashevchuk25@gmail.com;
 © Yuliia Zaiets, Ph.D., Associate Professor,
 ORCID: 0000-0003-1836-2010,
 e-mail: yzaets@gmail.com
 National Transport University

КОНЦЕНТРАЦІЯ ТЕРМОНАПРУЖЕНЬ У ЦЕМЕНТОБЕТОНІ В ОКОЛІ КАПІЛЯРА, ЧАСТКОВО АБО ПОВНІСТЮ ЗАПОВНЕНОГО ВОДОЮ ПІД ЧАС ЇЇ ЗАМЕРЗАННЯ

CONCENTRATION OF THERMAL STRESSES IN CEMENT CONCRETE AROUND A CAPILLARY, PARTIALLY OR COMPLETELY FILLED WITH WATER DURING ITS FREEZING

Анотація. Наведені результати теоретичного моделювання ефектів термосилового деформування цементобетонного середовища в околі капіляра, частково або повністю заповненого водою, на етапах зниження температури системи до нуля градусів за Цельсієм, перетворення води на лід при нулі градусів і подальшого падіння температури. На базі основних положень теорії термопружності побудовані диференціальні рівняння деформування системи з урахуванням несумісності термомеханічних характеристик її фаз і особливостей поведінки води під час зміни температури, що полягає в її плинності, нестисливості, залежності коефіцієнта термічного розширення від температури і збільшення об'єму при перетворенні на лід. Для цих рівнянь побудовано розв'язки у замкнутій формі. Встановлено, що у всіх випадках термонапруження в цементобетонному середовищі концентруються в околах стінки капіляра і зменшуються обернено пропорційно квадрату радіальної координати. На етапі перетворення води на лід вони суттєво перевищують межу міцності цементобетону і є основною причиною утворення локалізованих радіальних тріщин, що знижують морозостійкість цементобетонної конструкції.

Ключові слова: дорожні матеріали, капілярні пори, замерзання води, розширення льоду, термонапруження.

Abstract. The article presents the results of theoretical modeling of the effects of thermoforce deformation of a cement-concrete medium in the vicinity of a capillary, partially or completely filled with water, at the stages of lowering the temperature of the system to zero degrees Celsius, turning water into ice at zero degrees and the subsequent drop in temperature. Based on the basic principles of the theory of thermoelasticity, differential equations of deformation of the system are constructed, taking into account the incompatibility of the thermomechanical characteristics of its phases and the peculiarities of the behavior of water when the temperature changes, which consists in its fluidity, incompressibility, the dependence of the coefficient of thermal expansion on temperature and the increase in volume when turning into ice. Closed-form solutions are constructed for these equations. It was established that in all cases the thermal stress in the cement-concrete medium is concentrated in the vicinity of the capillary wall and decreases inversely proportional to the square of the radial coordinate. At the stage of turning water into ice, they significantly exceed the strength limit of cement concrete and are the main reason for the formation of localized radial cracks that reduce the frost resistance of the cement concrete structure.

Keywords: road materials, capillary pores, water freezing, ice expansion, thermal stress.

Вступ

У теорії термопружності [2] відомо, що, якщо однорідне пружне тіло вільне від зовнішніх і внутрішніх обмежень, то зміна в ньому температури на постійну величину призводить до його вільного деформування

без змін його напруженого стану. Водночас додаткові напруження у ньому можливі лише у випадках, коли його вільні температурні переміщення обмежені зовнішніми чи внутрішніми в'язями. Тому існує дві концепції термічного пошкодження та руйнуван-

ня тіл і конструкцій: механізм зовнішніх обмежень ("External Restraint") та механізм внутрішніх обмежень ("Internal Restraint") [3, 8]. Другий механізм, в основному, обумовлений неоднорідністю матеріалів, компоненти яких мають несумісні термомпружні параметри. Їх несумісність призводить до несумісних деформацій у матеріалі та додаткових внутрішніх термонапружень. Оскільки, як правило, вони мають прихований характер і призводять до локальних тріщин та пошкоджень, а з умови повторних проявів і до повної деградації матеріалів, для їх передбачення та виявлення можуть бути зручними методи теоретичного аналізу [1, 4, 6, 19].

Прояв другого механізму є однією з основних причин деградації цементобетону в районах з великими добовими та сезонними змінами температури під час багаторазових актів заморожування-відтавання води в капілярах і порах. При цьому пошкодження матеріалу матриці реалізується у формі тріщин, що виникають під дією контактних стискаючих сил і колових розтягуючих сил, що діють на бетон у результаті збільшення обсягу замерзлого льоду.

За ознаками морозостійкості капілярні пори можна поділити на три групи: малі, середні та великі. Малі капіляри (з характерним розміром менше $5 \cdot 10^{-3} \text{ мк}$) відіграють меншу роль у процесі проникнення в них води та її подальшого перетворення на лід. Ця властивість знаходиться відповідно до формули Гіббса-Томсона (1871), яка характеризує зміщення температури кристалізації води, що заморожується в залежності від розмірів ємкості, в якій вона міститься, і визначає в даному випадку це значення в -78° C [10, 12, 13, 16].

Другу групу складають капілярні пори з низьким вмістом води розмірами $10 \cdot 10^{-3} - 50 \cdot 10^{-3} \text{ мк}$ та пори з високим вмістом води при розмірах $3 - 5 \text{ мк}$.

До третьої групи відносяться порожнини, заповнені повітрям, та які мають розміри від $0,01 \text{ мм}$ до 1 мм , але зазвичай порядку $0,1 \text{ мм}$.

Існує декілька теорій утворення пошкоджень в околі капілярної пори. Однією з

них є сформульована Powers теорія критичного насичення капіляра, яка стверджує, що пошкодження цементобетону при заморожуванні в капілярі води настає лише тоді, якщо водяне насичення у ньому перевищує 91,7% його загального обсягу. Вона заснована з урахуванням ефекту розширення льоду при заморожуванні на 9% [10, 12], надлишки якого тиснуть на стінки капіляра, викликаючи в цементобетоні радіальні напруження стиснення, що руйнують його. (Тут принагідно зазначимо, що, як показали наші розрахунки [1, 19], руйнування цементобетону викликаються не радіальними напруженнями стиснення, а коловими напруженнями, що розтягують, які в цих випадках також породжуються і яким цементобетон опирається слабо).

Powers також запропонував теорію гідравлічного тиску, відповідно до якої ушкодження при заморожуванні викликаються гідравлічним тиском незамороженої води від опору її перетіканню в капілярах.

У зв'язку з цими теоріями обговорюються питання впливу температури на морозостійкість порожнин, заповнених повітрям [15]. При заморожуванні води в капілярах вона витискається в ці аеровані пазухи і утворення пошкоджень не відбувається. Тому вважається за доцільне для забезпечення морозостійкості цементобетону створювати в ньому резервні буферні макро-порожнини, куди могли б видавлюватися надлишки води, яка розширюється під час заморожування. Ці обставини та практичні експерименти першочергової деградації цементобетонних [7, 9, 15] та асфальтобетонних [5, 11, 14, 17, 20] конструкцій при звичайних сезонних та добових рецидивах процесів заморожування-танення [18, 21] дають змогу припустити, що в першу чергу і найбільші пошкодження цементобетону викликаються заморожуванням води у великих капілярах і порах, в яких рух точки кристалізації льоду, що передбачається теорією Гіббса-Томсона, є несуттєвим. Завдяки цьому, при моделюванні термомеханічних процесів деформування та пошкодження цементобетону в околі капілярів виходитимемо з основних положень теорії термомпружності з урахуванням зміни термоме-

ханічних параметрів цементобетону, води та льоду в температурному діапазоні $15^{\circ}\text{C} \geq T \geq -10^{\circ}\text{C}$. У цьому випадку виділимо в аналізованому діапазоні три етапи:

1. Етап зміни об'єму води в капілярах при падінні температури від $T = 15^{\circ}\text{C}$ до нуля. В цих умовах термомеханічні параметри цементобетону залишаються незмінними, а вода вважається нестисливою при механічному деформуванні рідиною зі змінним коефіцієнтом лінійного термічного розширення, приймає нульове значення навколо величини $T = 4^{\circ}\text{C}$.

2. Етап замерзання води та перетворення її на лід при $T = 0^{\circ}\text{C}$. При цьому лід збільшує свій обсяг на 9% порівняно з вихідним об'ємом води і стає звичайним пружним тілом із заданими значеннями модуля пружності E , коефіцієнта Пуассона ν та коефіцієнта лінійного термічного розширення α .

3. Етап подальшого зниження температури від $T = 0^{\circ}\text{C}$ до $T = -10^{\circ}\text{C}$. У цьому випадку цементобетон і лід є пружними тілами з постійними значеннями E , ν , α .

Розрахунки цих процесів здійснюються на основі кругової циліндричної мо-

делі капіляра нескінченної довжини в необмеженому середовищі цементобетону. З використанням основних положень теорії термопружності побудовано систему розв'язувальних рівнянь. Знайдено розв'язки цих рівнянь у замкнутій формі, що дозволяють встановити поля розподілу термонапружень у цементобетоні, а також місця локалізації та характер його пошкоджень.

Охолодження води в капілярах до нульової температури

Завдання про моделювання термопружного напруженого стану цементобетону 1 з циліндричним капіляром 2 (рис. 1) будемо формулювати в припущенні, що капіляр повністю заповнений водою й у вихідному стані цементобетон настільки переднапружений в околі капіляра стискаючими силами, що при можливому термічному зменшенні об'єму охолоджуваної води відбувається зняття вихідних деформацій та напружень у системі, і капіляр продовжує залишатися повністю заповненим водою.

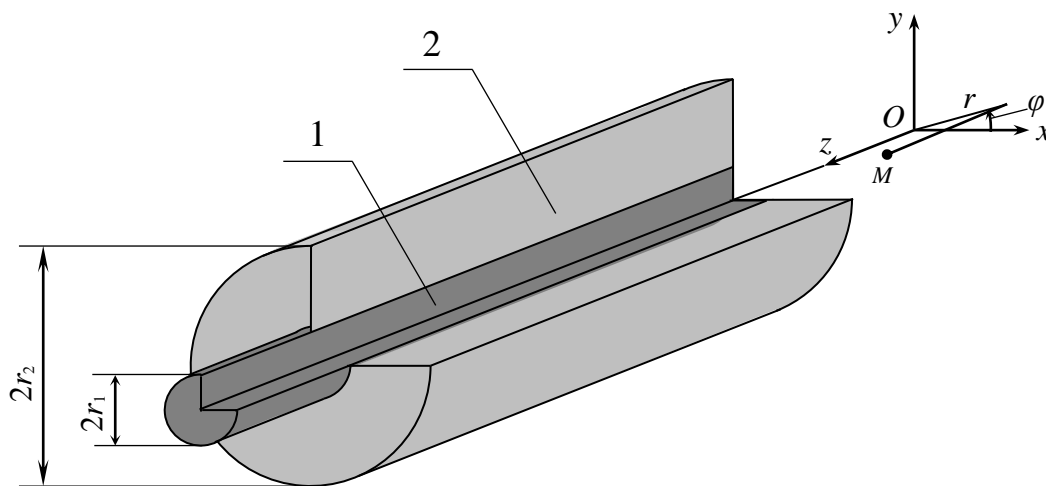


Рис. 1. Геометрична схема циліндричного капіляру 2 в пружному середовищі 1

Термомеханічні характеристики цементобетону визначаються його модулем пружності E_1 , коефіцієнтом Пуассона ν_1 та коефіцієнтом лінійного термічного розширення α_1 . Вода вважається об'ємно нестиснутим середовищем із коефіцієнтом ліній-

ного температурного розширення $\alpha_2(T)$, що залежить від її температури T .

Розглянемо випадок, коли температура системи стаціонарно змінюється на величину ΔT . Для розрахунку термомеханічного стану системи використовується циліндрична система координат $Or\varphi z$

(рис. 1). Прийемо, що радіус циліндричного капіляру 2 дорівнює r_1 , розміри середовища 1 необмежені у всіх напрямках, однак при формулюванні розв'язувальних рівнянь вважаємо, що в радіальному напрямку середовище обмежене циліндричною поверхнею $r = r_2$, радіус r_2 якої прямує до нескінченності.

При зміні температури на величину ΔT радіальні $(\sigma_r^{(1)}(r))$, колові $(\sigma_\phi^{(1)}(r))$ і поздовжні $(\sigma_z^{(1)}(r))$ напруження отримують збільшення [2].

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_r^{(1)}(r) &= (\lambda_1 + 2\mu_1)\Delta\varepsilon_r^{(1)} + \\ &+ \lambda_1(\Delta\varepsilon_\phi^{(1)} + \Delta\varepsilon_z^{(1)}) - (3\lambda_1 + 2\mu_1)\alpha_1\Delta T, \\ \Delta\sigma_\phi^{(1)}(r) &= (\lambda_1 + 2\mu_1)\Delta\varepsilon_\phi^{(1)} + \\ &+ \lambda_1(\Delta\varepsilon_r^{(1)} + \Delta\varepsilon_z^{(1)}) - (3\lambda_1 + 2\mu_1)\alpha_1\Delta T, \\ \Delta\sigma_z^{(1)}(r) &= (\lambda_1 + 2\mu_1)\Delta\varepsilon_z^{(1)} + \\ &+ \lambda_1(\Delta\varepsilon_r^{(1)} + \Delta\varepsilon_\phi^{(1)}) - (3\lambda_1 + 2\mu_1)\alpha_1\Delta T, \end{aligned} \quad (1)$$

де $\Delta\varepsilon_r^{(1)}, \Delta\varepsilon_\phi^{(1)}, \Delta\varepsilon_z^{(1)}$ – відносні радіальна, колова та поздовжня деформації, відповідно.

У поздовжньому напрямку середовище 1 може вільно деформуватися, тому

$$\Delta\varepsilon_z^{(1)}(z) = \Delta\varepsilon_z^{(1)} = \alpha_1\Delta T \quad (2)$$

та рівності (1) зводяться до вигляду:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_r^{(1)}(r) &= (\lambda_1 + 2\mu_1)\Delta\varepsilon_r^{(1)} + \\ &+ \lambda_1\Delta\varepsilon_\phi^{(1)} - 2(\lambda_1 + \mu_1)\alpha_1\Delta T, \\ \Delta\sigma_\phi^{(1)}(r) &= (\lambda_1 + 2\mu_1)\Delta\varepsilon_\phi^{(1)} + \\ &+ \lambda_1\Delta\varepsilon_r^{(1)} - 2(\lambda_1 + \mu_1)\alpha_1\Delta T, \\ \Delta\sigma_z^{(1)}(r) &= \lambda_1(\Delta\varepsilon_r^{(1)} + \Delta\varepsilon_\phi^{(1)}) - 2\lambda_1\alpha_1\Delta T. \end{aligned} \quad (3)$$

Тут

$$\Delta\varepsilon_r^{(1)}(r) = \frac{d\Delta u^{(1)}}{dr}, \quad \Delta\varepsilon_\phi^{(1)}(r) = \frac{\Delta u^{(1)}}{r}, \quad (4)$$

де $\Delta u^{(1)}(r)$ – радіальне переміщення елемента середовища 1.

Випишемо рівняння осесиметричної рівноваги елемента середовища 1 у радіальному напрямку

$$\frac{d\Delta\sigma_r^{(1)}}{dr} + \frac{\Delta\sigma_r^{(1)} - \Delta\sigma_\phi^{(1)}}{r} = 0. \quad (5)$$

З урахуванням рівностей (3), (4) це рівняння перетворюється до вигляду:

$$\frac{d^2\Delta u^{(1)}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\Delta u^{(1)}}{dr} - \frac{1}{r^2} \Delta u^{(1)} = 0. \quad (6)$$

Зведемо його до форми, зручнішої для інтегрування:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r\Delta u^{(1)}) \right] = 0. \quad (7)$$

У результаті його подвійного інтегрування отримуємо:

$$\Delta u^{(1)}(r) = rC_1 + \frac{1}{r}C_2. \quad (8)$$

Компоненти C_1, C_2 , що входять сюди, визначаються з граничних умов:

$$\Delta u^{(1)}(r_1) = \Delta u^{(2)}(r_1), \quad (9)$$

$$\Delta\sigma_r^{(1)}(r_2) \rightarrow 0 \text{ при } r_2 \rightarrow \infty.$$

З урахуванням рівностей (3) та (4) отримуємо:

$$C_1 = \alpha_1\Delta T, \quad C_2 = r_1^2(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T. \quad (10)$$

Підставляючи ці значення у вираз (8) і потім (4) і (3), знаходимо функції напружено-деформованого стану середовища 1 при $r = r_1$

$$\begin{aligned} \Delta u^{(1)}(r) &= r\alpha_1\Delta T + \frac{r_1^2}{r}(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T, \\ \Delta\varepsilon_r^{(1)}(r) &= \alpha_1\Delta T - \frac{r_1^2}{r^2}(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T, \\ \Delta\varepsilon_\phi^{(1)}(r) &= \alpha_1\Delta T + \frac{r_1^2}{r^2}(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T, \\ \Delta\varepsilon_z^{(1)}(r) &= \alpha_1\Delta T, \\ \Delta\sigma_r^{(1)}(r) &= -\frac{2r_1^2}{r^2}\mu_1(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T, \\ \Delta\sigma_\phi^{(1)}(r) &= \frac{2r_1^2}{r^2}\mu_1(\alpha_2 - \alpha_1)\Delta T, \\ \Delta\sigma_z^{(1)}(r) &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Ці рівності дають змогу зробити висновки, що якщо $\alpha_1 = \alpha_2$, то пружне середовище 1 та вода 2 є термомеханічно сумісними, прирости термодформацій середовища 1 однакові у всіх напрямках і рівні $\alpha_1\Delta T$, при цьому всі термонапруження рівні нулю. Проте, якщо $\alpha_1 \neq \alpha_2$, то додаткові збільшення термодформацій $\Delta\varepsilon_r^{(1)}(r)$ і $\Delta\varepsilon_\phi^{(1)}(r)$ однакові за модулем, але мають протилежні зна-

ки. Цією властивістю володіють і прирости напружень $\Delta\sigma_r^{(1)}(r)$ і $\Delta\sigma_\phi^{(1)}(r)$. Це означає, що при будь-яких знаках різниці $(\alpha_2 - \alpha_1)$ та приросту ΔT один із цих приростів є стискаючим, інший – розтягуючим. Тому для крихких матеріалів (зокрема і для цементобетону), які слабо опираються напруженням розтягування, за будь-яких знаків величин $(\alpha_2 - \alpha_1)$ і ΔT ці напруження обов'язково реалізуються. Причому вони зменшуються обернено пропорційно квадрату радіальної координати, тому викликані ними пошкодження мають локальний характер.

Знайдені прирости механічних параметрів (11) відображають їхні зміни за один крок ΔT зміни температури, протягом якого коефіцієнти $\alpha_1(T)$ і $\alpha_2(T)$ можна вважати постійними. Для середовища 1 величину $\alpha_1(T)$ можна вважати незмінною на всьому аналізованому діапазоні температури, для води коефіцієнт $\alpha_2(T)$ – змінний і за $T > 4^\circ C$ $\alpha_2(T) > 0$, при $T \approx 4^\circ C$ $\alpha_2 = 0$, за $0 < T < 4^\circ C$ $\alpha_2(T) < 0$ [14]. Тому моделювання температурного деформування цементобетону при охолодженні води в капілярах до нульової температури варто проводити покроково, підсумовуючи потім результати дискретних обчислень.

Проаналізуємо додаткову зміну термонапруженого стану цементобетонного середовища 1 з капіляром 2 при наближенні температури T системи до точки замерзання води $T = 0^\circ C$, починаючи з температури $T = +15^\circ C$. У цьому діапазоні змін температури термомеханічні параметри цементобе-

тону не змінюються. Вони становлять $E_1 = 15 ГПа$, $\nu_1 = 0,2$ (або $\lambda_1 = 4,67 ГПа$, $\mu_1 = 6,25 ГПа$), $\alpha_1 = 0,1 \cdot 10^{-4} C^{-1}$, межа міцності при розтягуванні $[\sigma_{tens}^{(1)}] = 2 \div 5 МПа$, межа міцності при стисканні $[\sigma_{comp}^{(1)}] = 20 \div 40 МПа$. Значення коефіцієнтів лінійного розширення води α_2 наведено в **табл. 1**. Вони отримані на основі квадратичної інтерполяції їх реперних значень за $T = 0,1, 4, 10$ та $15^\circ C$.

Додаткові термонапруження ($\sigma_{r,j}^{(1)}(r_1)$, $\sigma_{\phi,j}^{(1)}(r_1)$) на поверхні $r = r_1$ в середовищі 1 в результаті падіння температури від $T_0 = 15^\circ C$ до $T_j = T_0 - j\Delta T$ ($0 \leq j \leq 15$) можна наближено обчислити за допомогою додавання їхніх приростів (11) з кроком $\Delta T = -1^\circ C$

$$\begin{aligned} \sigma_{r,j}^{(1)}(r_1) &= \sum_{k=0}^j [-2\mu_1(\alpha_2(T_k) - \alpha_1)(-1)], \\ \sigma_{\phi,j}^{(1)}(r_1) &= \sum_{k=0}^j [2\mu_1(\alpha_2(T_k) - \alpha_1)(-1)]. \end{aligned} \quad (12)$$

У **табл. 1** також наведено значення приростів термонапружень $\Delta\sigma_{r,i}^{(1)}$, $\Delta\sigma_{\phi,i}^{(1)}$ та їх накопичених величин $\sigma_{r,i}^{(1)}$, $\sigma_{\phi,i}^{(1)}$ на кожному кроці зміни температури T . Можна бачити, що вони співрозмірні зі значеннями межі міцності цементобетону під час розтягування. Крім того, цікава перебудова полів напружень, викликана зміною знаку функції $\alpha_2(T)$ при $T \approx 4^\circ C$.

Таблиця 1

Вихідні дані $\alpha_2(T)$ та результати розрахунку приростів ($\Delta\sigma_{r,j}^{(1)}$, $\Delta\sigma_{\phi,j}^{(1)}$) та накопичених

($\sigma_{r,j}^{(1)}$, $\sigma_{\phi,j}^{(1)}$) термонапружень

i	$T_i, ^\circ C$	$10^4 \alpha_2, ^\circ C^{-1}$	$\Delta\sigma_{r,j}^{(1)}, МПа$	$\Delta\sigma_{\phi,j}^{(1)}, МПа$	$\sigma_{r,j}^{(1)}, МПа$	$\sigma_{\phi,j}^{(1)}, МПа$
0	15	0,503	0,5037	-0,5037	0,5037	-0,5037
1	14	0,464	0,4550	-0,4550	0,9587	-0,9587
2	13	0,423	0,4037	-0,4037	1,362	-1,362
3	12	0,381	0,3512	-0,3512	1,714	-1,714

4	11	0,338	0,2975	-0,2975	2,011	-2,011
5	10	0,293	0,2412	-0,2415	2,252	-2,252
6	9	0,243	0,1787	-0,1787	2,431	-2,431
7	8	0,201	0,1262	-0,1262	2,557	-2,557
8	7	0,153	0,0662	-0,0662	2,623	-2,623
9	6	0,103	0,0375	-0,0375	2,661	-2,661
10	5	0,053	-0,1184	0,1184	2,542	-2,542
11	4	0,001	-0,1249	0,1249	2,418	-2,418
12	3	-0,049	-0,1311	0,1311	2,286	-2,286
13	2	-0,105	-1,381	1,381	0,9050	-0,9050
14	1	-0,170	-1,462	1,462	-0,5570	0,5570
15	0,1	-0,227	-1,533	1,533	-2,090	2,090

Деформування пружного середовища при заморожуванні води в її капілярі

При $T = 0^\circ C$ видалення тепла із системи із збереженням нульової температури супроводжуватиметься перетворенням води на лід та його розширенням. Проте лід, на відміну від води, є пружним середовищем, що стискається, тому збільшення обсягу замерзаючої води в капілярі буде також супроводжуватися його супутнім зменшенням внаслідок контактної взаємодії з пружним середовищем 1. Тому в деформованому стані рівновага системи описується двома рівняннями виду (5)

$$\frac{d\Delta\sigma_r^{(i)}}{dr} + \frac{\Delta\sigma_r^{(i)} - \Delta\sigma_\varphi^{(i)}}{r} = 0 \quad (i = 1, 2), \quad (13)$$

де значення $i = 1$ відповідає пружному середовищу 1, значення $i = 2$ – пружному льодяному тілу.

Оскільки процес кристалізації льоду відбувається за постійної температури, то $\Delta T = 0$ й замість рівностей (3) маємо:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_r^{(i)}(r) &= (\lambda_i + 2\mu_i)\Delta\varepsilon_{r,el}^{(i)} + \lambda_i\Delta\varepsilon_{\varphi,el}^{(i)}, \\ \Delta\sigma_\varphi^{(i)}(r) &= (\lambda_i + 2\mu_i)\Delta\varepsilon_{\varphi,el}^{(i)} + \lambda_i\Delta\varepsilon_{r,el}^{(i)}, \\ \Delta\sigma_z^{(i)}(r) &= 0. \end{aligned} \quad (i = 1, 2). \quad (14)$$

Тут $\Delta\varepsilon_{r,el}^{(i)}(r)$, $\Delta\varepsilon_{\varphi,el}^{(i)}(r)$ – радіальні та колові пружні деформації середовища 1 та тіла 2. Для середовища 1 деформації $\Delta\varepsilon_{r,el}^{(1)}(r)$, $\Delta\varepsilon_{\varphi,el}^{(1)}(r)$ дорівнюють її повним деформаціям $\Delta\varepsilon_{r,tot}^{(1)}(r)$, $\Delta\varepsilon_{\varphi,tot}^{(1)}(r)$ і вони обчислюються за формулами

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{r,el}^{(1)} &= \Delta\varepsilon_{r,tot}^{(1)} = \frac{d\Delta u^{(1)}}{dr}, \\ \varepsilon_{\varphi,el}^{(1)} &= \Delta\varepsilon_{\varphi,tot}^{(1)} = \frac{\Delta u^{(1)}}{r}. \end{aligned} \quad (15)$$

Для льоду повні деформації $\Delta\varepsilon_{r,tot}^{(2)}(r)$, $\Delta\varepsilon_{\varphi,tot}^{(2)}(r)$ складаються з деформацій $\Delta\varepsilon_{r,exp}^{(2)}(r)$, $\Delta\varepsilon_{\varphi,exp}^{(2)}(r)$, викликаних розширенням льоду при його кристалізації та пружних деформацій $\Delta\varepsilon_{r,el}^{(2)}(r)$, $\Delta\varepsilon_{\varphi,el}^{(2)}(r)$, зумовлених пружною взаємодією тіла 1 та середовища 2.

Величини $\Delta\varepsilon_{r,exp}^{(2)}(r) = \Delta\varepsilon_{\varphi,exp}^{(2)}(r)$ дорівнюють коефіцієнту $\alpha_{fr} \approx 0,03$ лінійного розширення замерзаючого льоду, який визначається за допомогою рівності $\alpha_{fr} \approx \beta_{fr}/3$ через об'ємний коефіцієнт розширення $\beta_{fr} \approx 0,09$. Тоді маємо співвідношення:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{r,tot}^{(2)} &= \Delta\varepsilon_{r,el}^{(2)} + 0,03 = \frac{d\Delta u^{(2)}}{dr}, \\ \Delta\varepsilon_{\varphi,tot}^{(2)} &= \Delta\varepsilon_{\varphi,el}^{(2)} + 0,03 = \frac{\Delta u^{(2)}}{r}, \end{aligned} \quad (16)$$

з яких знаходимо відносні пружні деформації:

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_{r,el}^{(2)} &= \frac{d\Delta u^{(2)}}{dr} - 0,03, \\ \Delta\varepsilon_{\varphi,el}^{(2)} &= \frac{\Delta u^{(2)}}{r} - 0,03. \end{aligned} \quad (17)$$

Маючи рівності (15), (17), на підставі формул (14), отримуємо:

$$\begin{aligned}
\Delta\sigma_r^{(1)}(r) &= (\lambda_1 + 2\mu_1) \frac{d\Delta u^{(1)}}{dr} + \lambda_1 \frac{\Delta u^{(1)}}{r}, \\
\Delta\sigma_\varphi^{(1)}(r) &= (\lambda_1 + 2\mu_1) \frac{\Delta u^{(1)}}{r} + \lambda_1 \frac{d\Delta u^{(1)}}{dr}, \\
\Delta\sigma_r^{(2)}(r) &= (\lambda_2 + 2\mu_2) \frac{d\Delta u^{(2)}}{dr} + \\
&+ \lambda_2 \frac{\Delta u^{(2)}}{r} - 0,06(\lambda_2 + \mu_2), \\
\Delta\sigma_\varphi^{(2)}(r) &= (\lambda_2 + 2\mu_2) \frac{\Delta u^{(2)}}{r} + \\
&+ \lambda_2 \frac{d\Delta u^{(2)}}{dr} - 0,06(\lambda_2 + \mu_2).
\end{aligned} \tag{18}$$

Підставляючи праві частини рівностей (18) у рівняння (13), після деяких перетворень отримаємо розв'язувальну систему двох однорідних рівнянь:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \Delta u^{(i)}) \right] = 0, \quad (i=1,2). \tag{19}$$

Вона має загальний розв'язок:

$$\Delta u^{(1)}(r) = rC_1 + \frac{1}{r}C_2, \quad \Delta u^{(2)}(r) = rC_3 + \frac{1}{r}C_4, \tag{20}$$

у якому константи C_1, C_2, C_3, C_4 знаходяться із граничних умов:

$$\begin{aligned}
\Delta\sigma_r^{(1)}(r_2) &= 0 \quad \text{при} \quad r_2 \rightarrow \infty, \\
\Delta u^{(2)}(0) &= 0
\end{aligned} \tag{21}$$

та умов сполучення переміщень та напружень на контактній поверхні $r = r_1$

$$\begin{aligned}
\Delta u^{(1)}(r_1) &= \Delta u^{(2)}(r_1), \\
\Delta\sigma_r^{(1)}(r_1) &= \Delta\sigma_r^{(2)}(r_1).
\end{aligned} \tag{22}$$

З умов (21) випливає:

$$C_1 = 0, \quad C_4 = 0. \tag{23}$$

За допомогою цих рівностей та системи (22) отримуємо:

$$\begin{aligned}
C_2 &= r_1^2 \cdot \frac{0,03(\lambda_2 + \mu_2)}{\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2}, \\
C_3 &= \frac{0,03(\lambda_2 + \mu_2)}{\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2}.
\end{aligned} \tag{24}$$

Знайдені значення констант C_1, C_2, C_3, C_4 дають змогу побудувати функції переміщень:

$$\begin{aligned}
\Delta u^{(1)}(r) &= \frac{r_1^2}{r} \cdot \frac{0,03(\lambda_2 + \mu_2)}{\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2}, \\
\Delta u^{(2)}(r) &= r \cdot \frac{0,03(\lambda_2 + \mu_2)}{\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2}
\end{aligned} \tag{25}$$

та напружень:

$$\begin{aligned}
\Delta\sigma_r^{(1)}(r) &= -\frac{r_1^2}{r^2} \cdot \frac{0,06 \cdot \mu_1 (\lambda_2 + \mu_2)}{\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2}, \quad (r \geq r_1), \\
\Delta\sigma_\varphi^{(1)}(r) &= \frac{r_1^2}{r^2} \cdot \frac{0,06 \cdot \mu_1 (\lambda_2 + \mu_2)}{\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2}, \quad (r \geq r_1), \\
\Delta\sigma_r^{(2)}(r) &= -\frac{0,06 \cdot \mu_1 (\lambda_2 + \mu_2)}{\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2}, \quad (0 \leq r \leq r_1), \\
\Delta\sigma_\varphi^{(2)}(r) &= -\frac{0,06 \cdot \mu_1 (\lambda_2 + \mu_2)}{\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2}, \quad (0 \leq r \leq r_1).
\end{aligned} \tag{26}$$

Виразимо формули (25), (26) також через модулі пружності $2r_2$ та коефіцієнти Пуассона ν_i середовищ $i=1,2$ за допомогою рівностей:

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}. \tag{27}$$

Тоді

$$\begin{aligned}
\Delta u^{(1)}(r) &= \frac{0,03E_2(1+\nu_1) \cdot r_1^2/r}{[E_1(1+\nu_2)(1-2\nu_2) + E_2(1+\nu_1)]}, \quad (r \geq r_1), \\
\Delta u^{(2)}(r) &= \frac{0,03E_2(1+\nu_1) \cdot r}{[E_1(1+\nu_2)(1-2\nu_2) + E_2(1+\nu_1)]}, \quad (0 \leq r \leq r_1), \\
\Delta\sigma_r^{(1)}(r) &= \frac{-0,03E_1E_2 \cdot r_1^2/r^2}{[E_1(1+\nu_2)(1-2\nu_2) + E_2(1+\nu_1)]}, \quad (r \geq r_1), \\
\Delta\sigma_\varphi^{(1)}(r) &= \frac{0,03E_1E_2 \cdot r_1^2/r^2}{[E_1(1+\nu_2)(1-2\nu_2) + E_2(1+\nu_1)]}, \quad (r \geq r_1), \\
\Delta\sigma_r^{(2)}(r) &= \frac{-0,03E_1E_2}{[E_1(1+\nu_2)(1-2\nu_2) + E_2(1+\nu_1)]}, \quad (0 \leq r \leq r_1), \\
\Delta\sigma_\varphi^{(2)}(r) &= \frac{-0,03E_1E_2}{[E_1(1+\nu_2)(1-2\nu_2) + E_2(1+\nu_1)]}, \quad (0 \leq r \leq r_1).
\end{aligned} \tag{28}$$

Можна помітити, що напруження $\Delta\sigma_r^{(1)}(r), \Delta\sigma_\varphi^{(1)}(r)$, викликані розширенням льоду під час заморожування, відрізняються лише знаками, вони мають найбільші значення на контактній поверхні $r = r_1$ і зменшуються обернено пропорційно квадрату радіальної координати r . При цьому колові напруження $\Delta\sigma_\varphi^{(1)}(r)$ є розтягуючи-

ми. Це означає, що вони є причиною руйнування середовища 1 навколо поверхні контакту і призводять до появи радіальних тріщин. При цьому напруження $\Delta\sigma_r^{(2)}(r)$, $\Delta\sigma_\phi^{(2)}(r)$ від'ємні, однакові і не залежить від r .

Проведене моделювання заморожування води в капілярі виконано у припущенні, що вона його повністю заповнює. Однак, якщо це заповнення неповне, потрібно мати на увазі, що силова взаємодія середовища 1 і льоду 2 можлива тільки, якщо об'єм води в капілярі V_{wat} перевищує 91% об'єму V_{cap} самого капіляру. У цьому випадку значення величини α_{fr} необхідно обчислювати за формулою:

$$\alpha_{fr} \approx \frac{V_{wat}(1+0,09) - V_{cap}}{3 \cdot V_{cap}}. \quad (29)$$

При цьому $\alpha_{fr} < 0,03$ і ефект заморожування води виявиться менш руйнівним.

Значення приростів напружень $\Delta\sigma_r^{(1)}(r_1)$, $\Delta\sigma_\phi^{(1)}(r_1)$ в асфальтобетоні на поверхні $r = r_1$ у результаті заморожування води при різних рівнях V_{wat}/V_{cap} наповнення нею капіляра обчислені при термомеханічних параметрах системи: $E_1 = 15 ГПа$, $\nu_1 = 0,2$, $\alpha_1 = 0,1 \cdot 10^{-4} C^{-1}$, $[\sigma_{tens}^{(1)}] = 2 \div 5 МПа$, $[\sigma_{comp}^{(1)}] = 20 \div 40 МПа$; $E_2 = 8 ГПа$, $\nu_2 = 0,35$, $\alpha_2 = 0,5 \cdot 10^{-4} C^{-1}$, $[\sigma_{tens}^{(2)}] = 1,11 МПа$. Їхні величини наведені в **табл. 2**.

Таблиця 2

Значення приростів контактних напружень в середовищі цементобетону внаслідок замерзання води в його капілярі

	V_{wat}/V_{cap}	α_{fr}	$\Delta\sigma_r^{(1)}(r_1), МПа$	$\Delta\sigma_\phi^{(1)}(r_1), МПа$
1	1	0,03	-229,7	229,7
2	0,99	0,0264	-202,1	202,1
3	0,98	0,0227	-173,8	173,8
4	0,97	0,0191	-146,2	146,2
5	0,96	0,0155	-118,7	118,7
6	0,95	0,0118	-90,34	90,34
7	0,94	0,0082	-67,78	67,78
8	0,93	0,00456	-34,91	34,91
9	0,92	0,00093	-7,12	7,12

Аналіз цих даних дає змогу зробити висновок, що за умови будь-якого заповнення капіляра водою, що перевищує 91%, колові напруження $\sigma_\phi^{(1)}(r_1)$ є розтягуючими і перевищують межу міцності цементобетону. Якщо $V_{wat}/V_{cap} \leq 0,91$, то це напруження дорівнює нулю.

Термосилова взаємодія пружного середовища з льодом у капілярі при подальшому зниженні температури

При подальшому зниженні температури на величину ΔT після замерзання води в капілярі, і при цьому якщо вода не пов-

ністю заповнювала його і пошкодження середовища 1 не відбулося, то матеріали 1 і 2 поведуться як цілком пружні тіла. У цьому випадку термопружне деформування системи залежить від співвідношення між параметрами термопружності $\lambda_i, \mu_i, \alpha_i$ ($i = 1, 2$) її компонент.

Як і раніше, зміна деформованого стану системи визначається приростами переміщень $\Delta u^{(1)}(r)$, $\Delta u^{(2)}(r)$, за допомогою яких обчислюються прирости відносних деформацій [2]:

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_r^{(i)}(r) &= \frac{d\Delta u^{(i)}}{dr}, \\ \Delta\varepsilon_\varphi^{(i)}(r) &= \frac{\Delta u^{(i)}}{r}, \quad (i=1,2),\end{aligned}\quad (30)$$

а потім і прирости термонапружень:

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_r^{(i)}(r) &= (\lambda_i + 2\mu_i) \frac{d\Delta u^{(i)}}{dr} + \\ &+ \lambda_i \frac{\Delta u^{(i)}}{r} - (3\lambda_i + 2\mu_i) \lambda_i \Delta T,\end{aligned}\quad (31)$$

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_\varphi^{(i)}(r) &= (\lambda_i + 2\mu_i) \frac{\Delta u^{(i)}}{r} + \\ &+ \lambda_i \frac{d\Delta u^{(i)}}{dr} - (3\lambda_i + 2\mu_i) \lambda_i \Delta T, \quad (i=1,2).\end{aligned}$$

З їх допомогою рівняння рівноваги (13) знову зводяться до системи:

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \Delta u^{(i)}) \right] = 0, \quad (i=1,2), \quad (32)$$

яка має розв'язок:

$$\begin{aligned}\Delta u^{(1)}(r) &= rC_1 + \frac{1}{r}C_2, \\ \Delta u^{(2)}(r) &= rC_3 + \frac{1}{r}C_4.\end{aligned}\quad (33)$$

Невідомі константи C_1, C_2, C_3, C_4 знову знаходяться із умов (21), (22), але цього разу вони мають значення:

$$\begin{aligned}C_1 &= \frac{(3\lambda_1 + 2\mu_1) \alpha_1 \Delta T}{2(\lambda_1 + \mu_1)}, \\ C_2 &= \frac{-(3\lambda_1 + 2\mu_1)(\lambda_2 + \mu_2) \alpha_1 r_1^2 \Delta T}{2(\lambda_1 + \mu_1)(\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2)} + \\ &+ \frac{(3\lambda_2 + 2\mu_2)(\lambda_1 + \mu_1) \alpha_2 r_1^2 \Delta T}{2(\lambda_1 + \mu_1)(\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2)}, \\ C_3 &= \frac{\mu_1 (3\lambda_1 + 2\mu_1) \alpha_1 \Delta T}{2(\lambda_1 + \mu_1)(\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2)} + \\ &+ \frac{(\lambda_1 + \mu_1)(3\lambda_2 + 2\mu_2) \alpha_2 \Delta T}{2(\lambda_1 + \mu_1)(\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2)}, \\ C_4 &= 0.\end{aligned}\quad (34)$$

За допомогою цих значень та формул (33) знаходимо функцію переміщень у середовищі 1:

$$\begin{aligned}\Delta u^{(1)}(r) &= \frac{r(3\lambda_1 + 2\mu_1) \alpha_1 \Delta T}{2(\lambda_1 + \mu_1)} + \\ &+ \frac{-(3\lambda_1 + 2\mu_1)(\lambda_2 + \mu_2) \alpha_1 r_1^2 \Delta T}{2(\lambda_1 + \mu_1)(\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2)r} + \\ &+ \frac{(3\lambda_2 + 2\mu_2)(\lambda_1 + \mu_1) \alpha_2 r_1^2 \Delta T}{2(\lambda_1 + \mu_1)(\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2)r}, \quad (r \geq r_1).\end{aligned}\quad (35)$$

У правій частині цієї рівності перший доданок зумовлений вільним термічним розширенням середовища 1, другий доданок викликаний контактним температурним впливом тіла 2 на середовище 1.

Функція радіального термічного переміщення тіла 2 має вигляд:

$$\begin{aligned}\Delta u^{(2)}(r) &= \frac{\mu_1 (3\lambda_1 + 2\mu_1) \alpha_1 r \Delta T}{2(\lambda_1 + \mu_1)(\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2)} + \\ &+ \frac{(\lambda_1 + \mu_1)(3\lambda_2 + 2\mu_2) \alpha_2 r \Delta T}{2(\lambda_1 + \mu_1)(\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2)}, \quad (0 \leq r \leq r_1).\end{aligned}\quad (36)$$

Наведемо вирази для напруження в середовищі 1:

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_r^{(1)}(r) &= -\frac{(3\lambda_2 + 2\mu_2)(\lambda_1 + \mu_1) \alpha_2 \mu_1 r_1^2 \Delta T}{(\lambda_1 + \mu_1)(\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2)r^2} + \\ &+ \frac{(3\lambda_1 + 2\mu_1)(\lambda_2 + \mu_2) \alpha_1 \mu_1 r_1^2 \Delta T}{(\lambda_1 + \mu_1)(\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2)r^2}, \\ \Delta\sigma_\varphi^{(1)}(r) &= -\frac{(3\lambda_1 + 2\mu_1)(\lambda_2 + \mu_2) \alpha_1 \mu_1 r_1^2 \Delta T}{(\lambda_1 + \mu_1)(\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2)r^2} + \\ &+ \frac{(3\lambda_2 + 2\mu_2)(\lambda_1 + \mu_1) \alpha_2 \mu_1 r_1^2 \Delta T}{(\lambda_1 + \mu_1)(\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2)r^2}, \quad (r \geq r_1)\end{aligned}\quad (37)$$

та в тілі 2:

$$\begin{aligned}\Delta\sigma_r^{(2)}(r) &= \Delta\sigma_\varphi^{(2)}(r) = \\ &= -\frac{(3\lambda_2 + 2\mu_2)(\lambda_1 + \mu_1) \alpha_2 \mu_1 \Delta T}{(\lambda_1 + \mu_1)(\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2)} + \\ &+ \frac{(3\lambda_1 + 2\mu_1)(\lambda_2 + \mu_2) \alpha_1 \mu_1 \Delta T}{(\lambda_1 + \mu_1)(\mu_1 + \lambda_2 + \mu_2)}, \quad (0 \leq r \leq r_1).\end{aligned}\quad (38)$$

Як і в попередніх випадках, напруження $\Delta\sigma_r^{(1)}(r)$, $\Delta\sigma_\varphi^{(1)}(r)$ рівні за модулем і мають різні знаки. Це означає, що за будь-яких знаків приросту ΔT і співвідношень між α_1 і α_2 одне із цих напружень є стискаючим, інше – розтягуючим. Причому вони локалізуються на поверхні $r = r_1$ і спадають обернено пропорційно квадрату радіальної

координати r . Ці властивості важливо брати до уваги у випадках, коли середовище 1 погано опирається напруженням, що розтягують, наприклад, для крихких матеріалів типу цементобетону.

Нехай температура системи знизилася з $T_0 = 0^\circ \text{C}$ до $\Delta T = -10^\circ \text{C}$. Можна вважати, що в цьому діапазоні значення термомеханічних параметрів середовища 1 і тіла 2 залишаються незмінними і рівні значенням, наведеним в попередньому розділі. У цьому випадку прирости напружень (37), (38) складають:

$$\Delta\sigma_r^{(1)}(r_1) = 4,214 \text{ МПа},$$

$$\Delta\sigma_\varphi^{(1)}(r_1) = -4,214 \text{ МПа},$$

$$\Delta\sigma_r^{(2)}(r_1) = \Delta\sigma_\varphi^{(2)}(r_1) = 4,214 \text{ МПа}.$$

Як видно, вони мають протилежні знаки в порівнянні з напруженнями, наведеними в **табл. 2**, і набагато менше їх за абсолютною величиною. Тому якщо пошкодження, викликані заморожуванням води в капілярі, не є критичними, то подальше зниження температури призводить до розвантаження полів напружень.

Відзначимо також, що отримані результати ґрунтуються на використанні ідеальної циліндричної моделі геометрії капіляра. Насправді капіляри мають менш регулярну структуру, де контактні термонапруження зростають ще більше.

Висновки

1. Розглянута задача про теоретичне дослідження еволюції полів термонапружень у цементобетонному середовищі в околі капіляра, частково або повністю заповненого водою, на етапах зниження загальної температури до нуля градусів за Цельсієм, перетворення води на лід при нулі градусів і подальшого зниження температури системи.

2. На основі теорії термопружності, для циліндричної моделі капіляра, сформульовані системи звичайних диференціальних рівнянь термодиформування двофазних середовищ на трьох розглянутих етапах зміни температури. Враховано термомеханічні властивості води, які полягають в залежності її коефіцієнта лінійного термічно-

го розширення від температури, її нестисливості та суттєвого збільшення об'єму при перетворенні на лід. Для цих рівнянь побудовано розв'язки у замкнутій формі, які визначають поля термопереміщень, деформацій та напружень.

3. Аналіз побудованих розв'язків свідчить про те, що на всіх етапах зміни температури термонапруження, що виникають в цементобетонному середовищі, концентруються в малому околі поверхні контакту і зменшуються обернено пропорційно квадрату радіальної координати. Функції радіальних та колових термонапружень рівні за модулем, але мають протилежні знаки. У зв'язку з цим на будь-яких етапах зміни температури одне з цих напружень є розтягуючим, що є основною причиною можливого локального тріщиноутворення та виникнення пошкоджень.

Встановлено, що практично за будь-яких обсягів заповнення капіляра водою, що перевищують 91%, локальні контактні напруження в цементобетоні, викликані утворенням льоду, набагато перевершують його межу міцності і призводять до його локального руйнування.

References

1. Huliaiev V. I., Haidachuk V. V., Mozghovyi V. V., Zaiets Yu. O., Shevchuk L. V., Shliun N.V. (2018). Termoprzhnyi stan bahatosharovykh dorozhnikh pokryttiv [Thermoelastic state of multilayer road surfaces.], Kyiv, NTU, 272. [in Ukrainian].
2. Kovalenko, A.D. (1970). Osnovy termoprzhnosti [Thermoelasticity fundamentals]. Kyiv, Naukova Dumka, 239. [in Russian].
3. Elwardany M.D., King G., Planche J.P., Rodezno C., Christensen D., Fertig Ill R.S., Kuhn K.H., Bhuiyan F.H. (2019). Internal restraint damage mechanism for age-induced pavement surface damage. J. Assoc. Asphalt Paving Technol, 88.
4. Hadi S. Esmaeeli, Yaghoob Amir Farnam, D. P. Bentz, Pablo D. Zavattieri (2017). Numerical simulation of the freeze-thaw behavior of mortal containing deicing salt solution. Materials and Structures, 50, 1, 1-20. <https://doi.org/10.1617/s11527-016-0964-8>

5. Ishfaq Mohiud Din, Mohammad Shafi Miz., Mohammad Adnan Farooq (2020). Effect of freeze-thaw cycles on properties of asphalt pavements in cold regions: A review. *Transportation Research Procedia*, 48, 3634-3641.
<https://doi.org/10.1016/j.trpro.2020.08.087>
6. Ma B., Si W., Zhu D. (2015). Applying method of moments to model the reliability of deteriorating performance to asphalt pavement under freeze-thaw cycles in cold regions. *J. Mater. Civ. Eng.*, 27.
<https://doi.org/04014103>.
10.1061/(ASCE)MT.1943-5533.0001027
7. Micah Hale W., Freyne S.F., Russel B.W. (2009). Examining the frost resistance of high performance concrete. *Constr. Build. Mater.*, 23, 878-888.
<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2008.04.006>
8. Michael Elwardany, Jean-Pascal Planche, Gayle King. (2020). Universal and practical approach to evaluate asphalt binder resistance to thermally-induced damage. *Construction and Building Materials*, 255, 119331, 1-18.
<https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.119331>
9. Mohammed A. Abed, György L. Balázs Concrete performance in cold regions: Understanding concrete's resistance to freezing/thawing cycles. Chapter Metrics Overview. October 15, 2021.
<https://doi.org/10.5772/intechopen.99968>
10. Mossop S.C. (1955). The freezing of supercooled water. *Proceedings of the Physical Society. Section B*, 68, 4, 193.
11. Piotr Jaskula, Josef Judyski (2008). Verification of the criteria for evaluation of water and frost resistance of asphalt concrete. *Road Materials and Pavement Design*, 9, 1, 135-162.
<https://doi.org/0.1080/14680629.2008.9690163>
12. Pounder E.R. (1965). *The Physics of Ice*. Pergamon Press: Oxford, U.K.
13. Powell R.W. (1958). Thermal conductivities and expansion coefficients of water and ice. *Advances in Physics*, 7, 26, 276-297.
<https://doi.org/10.1080/00018735800101277>
14. Qian Z., Chuang-jun L. (2010). Analysis of micro structural damage characteristics of freeze-thaw split asphalt mixtures. *J. Highw. Transp. Res. Dev.*, 6-9.
15. Qiang Zeng, Teddy Fen-Chong, Patrick Dangla, Kefei Li. (2011). A study of freezing behavior of cementitious materials by poromechanical approach. *International Journal of Solids and Structures*, 48, 22-23, 3267-3273.
<https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2011.07.018>
16. Rakesh Kumar, Bishwajit Bhattacharjee. (2003). Porosity, pore size distribution and in situ strength of concrete. *Cement and Concrete Research*, 33, 155-164.
[https://doi.org/10.1016/S0008-8846\(02\)00942-0](https://doi.org/10.1016/S0008-8846(02)00942-0)
17. Simonsen E., Isacsson U. (1999). Thaw weakening of pavement structures in cold regions. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 29, 135-151.
18. Tahir Gonen, Salih Yazicioglu, Bohar Demirel. (2015). The influence of freezing-thawing cycles on the capillary water absorption and porosity of concrete with mineral admixture. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 19, 667-671.
<https://doi.org/10.1007/s12205-012-0207-7>
19. Gulyayev V. I., Mozgovyi V. V., Shlyun N. V., Shevchuk L. V. (2022). Modelling negative thermomechanical effects in reinforced road structures with thermoelastic incompatibility of coating and reinforcement materials. *System Research and Information Technologies*, 2, 17-127. <https://doi.org/10.20535/SRIT.2308-8893.2022.2.09>
20. Xu H., Guo W., Tan Y. (2015). Internal structure evolution of asphalt mixtures during freeze-thaw cycles. *Mat. Des.*, 86, 436-446.
<https://doi.org/10.1016/j.matdes.2015.07.073>
21. Yi-qin T. Li-dong Z., Bi-Wel L. (2011). Research on freeze-thaw damage model and life prediction of asphalt mixtures. *J. Highw. Transp. Res. Dev.*, 1-7.